Matriz – Adição, Subtração e multiplicação por escalar

Professor Fiore

Adição e Subtração

O procedimento para soma de matriz é intuitivo e definido como $A_{mxn} + B_{mxn} = C_{mxn}$, onde $A_{mxn} = (a_{ij})$ e $B_{mxn} = (b_{ij})$ necessariamente são de mesma ordem e a matriz $C_{mxn} = (c_{ij})$ é formada por $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$.

Como a soma de matrizes tem inquestionáveis similaridades com a soma de números, as propriedades aritméticas válidas são as mesmas que na soma de número reais.

1. Comutativa: $A + B = B + A$
2. Associativa: $(A + B) + C = A + (B + C)$
3. Elemento neutro (matriz nula = 0): $A + 0 = 0 + A = A$
4. Elemento oposto: $A + (-A) = (-A) + A = 0$

A subtração de matriz não precisa ser definida como uma nova operação, pois equivale a adicionas a oposta.

$$A - B = A + (-B)$$

Multiplicação por escalar

Para multiplica uma matriz por um escalar (um número real) basta multiplicarmos cada um dos elementos da matriz pelo escalar. Podemos dizer que o produto de $A_{mxn} = (a_{ij})$ pelo escalar *r* resulta em $P_{mxn} = (p_{ij})$, onde cada elemento $p_{ij} = r.a_{ij}$.

Considerando α e β escalares e as matrizes A e B, as seguintes propriedades são válidas:

1. $\alpha.(\beta.A) = (\alpha.\beta).A$
2. $\alpha.(A + B) = \alpha.A + \alpha.B$
3. $(\alpha + \beta).A = \alpha.A + \beta.A$
4. $1.A = A$

Exemplo

Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 7 \\ -3 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} -1 & 4 & 0 \\ -2 & -4 & -3 \end{bmatrix}$, encontre $C = 2A - B$.

$$C = 2A - B$$

$$C = 2A + (-B)$$

$$C = 2.\begin{bmatrix} 2 & 0 & 7 \\ -3 & 2 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 4 & 0 \\ -2 & -4 & -3 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 14 \\ -6 & 4 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -4 & 0 \\ 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 5 & -4 & 14 \\ -4 & 8 & 1 \end{bmatrix}$$