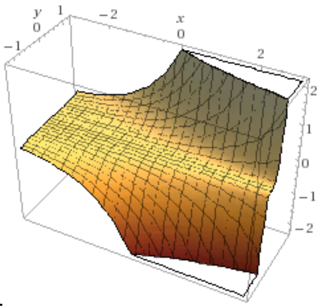
CFVV – Atividades para auto avaliação – P1

Professor Fiore

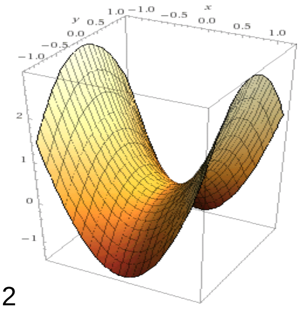
As atividades abaixo serão de ajuda para uma autoavaliação dos conteúdos estudados. Destaco que na prova outros detalhes estudados também podem ser exigidos.

1. Associe cada gráfico a uma curva de nível e a uma função.

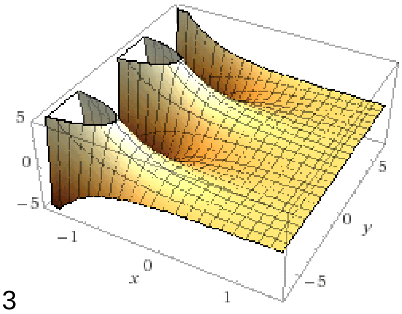
F1) $f(x,y) = e^{-2x}.\sin y$ F2) $g(x,y) = y^3.e^x$ F3) $h(x,y) = 2x^2 - y^2$



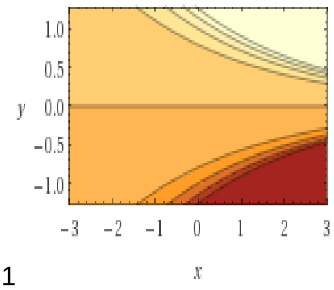
G1



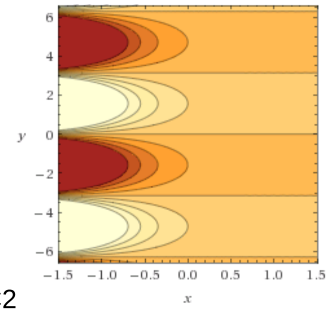
G2



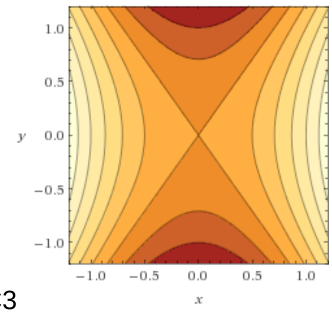
G3



C1



C2



C3

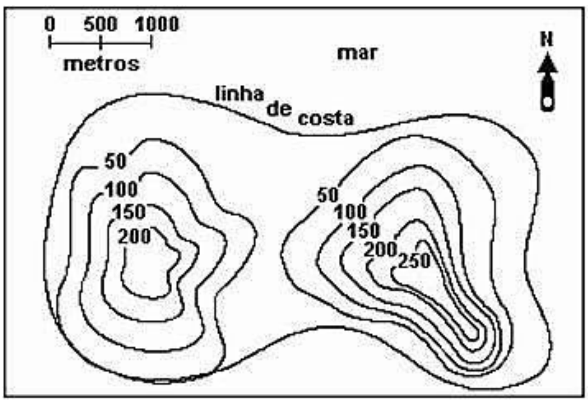
2. Para a função $z = ln(x - 2y)$, determine:

a. O domínio da função

b. O valor de $f(3,1)$

c. O valor de $f_y(-1,2)$

3. (Ufrj) O desenho esquemático a seguir apresenta o contorno de uma ilha e a representação de seu relevo em curvas de nível.



A ilha apresenta duas elevações que a população local denominou, corretamente, de Morro do Ocidente e Morro do Oriente. Indique as elevações por seus nomes e justifique suas respostas.

a. Qual morro apresenta a encosta mais íngreme?

b. Qual o litoral mais escarpado?

4. Esboce o gráfico da função $z = \sqrt{16 - (x^2 + y^2)}$, marcando os pontos que cortam os eixos.

a. Defina o domínio a imagem.

b. Desenhe a curva de nível para c = 0, c = 1 e c = 2, c = 3 e c= 4.

c. É possível desenhar a curva para c = 8? Explique

5. Dada a função $f(x,y,z) = x^2yz + \sqrt{x+y+z}$, determine $f_z(1,1,2)$
6. Dada a função $f(x,y) = sin(x^2 - y^2)$ determine f_{xxy}
7. Dada a função $f(x,y,z) = e^{xy+z} + xy - zx$, determine o valor $f_x(1,0,-2)$
8. Dada a função $f(x,y,z) = (x+y+z)^{10}$ determine $f_{xy}(1,1,-2)$

9. Considere que a tensão V (em Volts) de um circuito simples ***decresce*** a uma taxa de 0,05 V/s, enquanto a bateria descarrega, e a resistência R (em ohms) ***aumenta*** a uma taxa de 0,1 Ω/s, conforme o circuito aquece. Usando a lei de Ohms $V = R.I$ determine a taxa de variação da corrente I (em Ampères) no instante em que a resistência é de 300Ω e a tensão é de 40V.
10. Considere a função $z = 2x^3 + cos(y)$, sendo $x = ve^u$ e $y = v^2 + u^2$, determine $\frac{\partial z}{\partial u}$.

11. Encontre a equação do plano tangente à superfície $h(x,y) = -x^2 + 2y^2$ no ponto (3, 1).
12. O raio de um cilindro tem 6 cm e a altura dele é de 14 cm. Considerando que a medida do raio pode variar 0,1 cm e a altura pode variar 0,2 cm, use o diferencial para estimar o erro máximo cometido no cálculo do volume.

13. Considere que em certa região, o potencial elétrico V seja estimado pela função $V(x,y,z) = 3x^2 + 2xy - xyz$.

a. Qual a taxa de variação do potencial no ponto $P = (2,3,-1)$, na direção $\vec{v} = i - 2j + 2k$?
b. Qual a função gradiente para o potencial elétrico?
c. Em que direção o potencial varia mais rapidamente em P?
d. Qual a taxa máxima de variação em P?

14. Considerando a função $f(x,y) = e^{-2x}sen(y)$

a. Determine o vetor gradiente da função, para o ponto $\left(0, \frac{\pi}{6}\right)$
b. Qual o valor máximo de crescimento da função no ponto $\left(0, \frac{\pi}{6}\right)$?
c. O valor da derivada direcional na direção do $\vec{u} = -6\hat{\imath} + 8\hat{\jmath}$ no ponto $\left(0, \frac{\pi}{6}\right)$é:

a. $\frac{-3+\sqrt{3}}{5}$ b. $\frac{2+3\sqrt{3}}{5}$ c. $\frac{2+2\sqrt{3}}{3}$ d. $\frac{3+2\sqrt{3}}{5}$ e. $\frac{5+4\sqrt{3}}{2}$

Formulário:

Regra da cadeia	$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x}.\frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y}.\frac{dy}{dt}$	ou	$\frac{\partial z}{\partial u} = \frac{\partial z}{\partial x}.\frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial z}{\partial y}.\frac{\partial y}{\partial u}$
Plano tangente	$z - z_0 = f_x(x_0,y_0).(x - x_0) + f_y(x_0,y_0).(y - y_0)$		
Diferencial	$dz = \frac{\partial z}{\partial x}dx + \frac{\partial z}{\partial y}dy$		
Derivada direcional	$D_uf(x_0,y_0) = f_x(x_0,y_0).a + f_y(x_0,y_0).b$ para o versor $\vec{u} = (a,b)$		
Vetor Gradiente e derivada direcional	$\nabla f(x,y) = \frac{\partial f}{\partial x}\vec{\imath} + \frac{\partial f}{\partial y}\vec{\jmath}$		$D_uf(x,y) = \nabla f(x,y).\vec{u}$