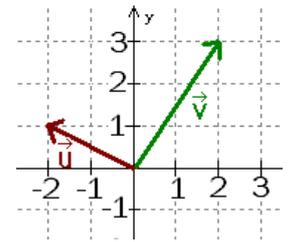


## Matrizes como vetores

Professor Fiore

Números são ideias abstratas úteis para representar quantidades, medidas, código, ordenar coisas, etc. Mas algumas grandezas são expressas de melhor forma por vetores que por números, pois eles indicam a intensidade, a direção e o sentido da grandeza. Como exemplo uma força, a velocidade de um objeto e a direção de um movimento, são grandezas vetoriais.

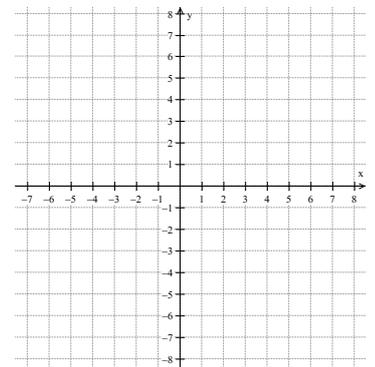
Para efetuar cálculos com vetores no plano podemos usar um sistema simples, onde as coordenadas do ponto no plano indicam o vetor que parte na origem e vai até as coordenadas. Como exemplo, na figura ao lado é possível ver os vetores  $\vec{u} = (-2 \ 1)$  e  $\vec{v} = (2 \ 3)$



Esta ideia pode ser estendida ao espaço, basta usar três coordenadas. Este modo de pensar corresponde ao uso da base canônica para escrever vetores. Mas neste momento o desejado é destacar que uma matriz linha pode ser usada para representar um vetor.

1. Considerando o uso de matrizes para representar vetores  $\vec{u} = (-2 \ 1)$  e  $\vec{v} = (2 \ 3)$ , verifique o que acontece quando multiplicamos um vetor por um número. Calcule o que for solicitado e desenhe ao lado.

- a.  $3\vec{u}$
- b.  $2\vec{v}$
- c.  $\frac{1}{2}\vec{u}$
- d.  $-2\vec{v}$



2. Ainda usando os vetores  $\vec{u} = (-2 \ 1)$  e  $\vec{v} = (2 \ 3)$ , verifique o que acontece quando dois vetores são somados, no caso some  $\vec{u} + \vec{v}$ . Desenhe o resultado no caderno. Compare isso com o que ocorre quando os vetores são desenhados alinhados, um seguido do outro.

3. Verifique o que acontece quando multiplicamos o vetor  $\vec{u} = (-1 \ 5)$  pela matriz  $H = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ . Desenhe os vetores no plano. Pegue o resultado e multiplique novamente pela matriz H e desenhe. Faça isso outras vezes até perceber o que acontece e descreva suas observações.

4. Verifique o que acontece quando multiplicamos o vetor  $\vec{v} = (2 \ -1)$  pela matriz  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ . Faça isso mais vezes como no exemplo anterior e descreva suas observações.

5. Verifique o que ocorre quando multiplicamos o vetor  $\vec{x} = (2 \ 1)$  pela matriz  $S = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ .

Para rotacionar um objeto  $\theta$  graus no sentido horário, basta multiplicar pela matriz  $G = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ .

Os exemplos anteriores introduzem o uso de matrizes para estudo de rotação de objetos. Este tipo de transformação ocorre muito no tratamento de imagens, pelo computador tablet e celular. Além do uso computacional, as matrizes também são úteis nos estudos de rotação de corpos rígidos, como planetas e satélites.