

Para desfazer uma multiplicação entre matrizes quadradas, usamos a matriz inversa. Por exemplo, considere as matrizes quadradas M , C e P , onde $M \cdot C = P$, o produto entre P e a inversa da matriz C , denominada C^{-1} , resulta na matriz M . Assim se $M \cdot C = P$ então $P \cdot C^{-1} = M$. A atividade abaixo ajuda a entender essa relação.

1. (PUC - Adaptada) Um batalhão do exército, resolveu codificar suas mensagens através da multiplicação de matrizes. Primeiramente, associa cada letra do alfabeto a um número, segundo a correspondência abaixo.

(Eu sei que faltou o K, mas estava assim no exemplo e isso não fará diferença)

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

Desta forma, se o batalhão deseja enviar a mensagem "PAZ", ele primeiro constrói a matriz 2×2 da palavra $\begin{bmatrix} P & A \\ Z & - \end{bmatrix}$, e em seguida usando a tabela encontra a matriz mensagem $M = \begin{bmatrix} 15 & 1 \\ 25 & 0 \end{bmatrix}$.

Tomando-se a matriz chave de codificação $C = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, para codificar a mensagem, o pelotão multiplica a matriz mensagem pela matriz chave $M \cdot C = \begin{bmatrix} 15 & 1 \\ 25 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 31 & 47 \\ 50 & 75 \end{bmatrix}$ e envia os números resultantes, 31 47 50 75, que correspondem a mensagem codificada.

Para decodificar a mensagem basta remontar a matriz, multiplicar pela inversa da matriz chave de decodificação e verificar na tabela a mensagem original.

- i. Encontre a inversa da matriz chave de codificação, que chamaremos de matriz decodificadora (C^{-1}).
- ii. Decodifique a mensagem 51 81 9 14.

- a. LUTE b. FOGO c. AMOR d. VIDA
e. FUGA

2. Outro batalhão usou para codificar algumas palavras a matriz $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$. Encontre o significado de cada palavra abaixo.

- a. 16 46 16 46 b. 3 7 12 25 c. 30 65 4 9

Dica, para confirmar se a matriz decodificadora está correta basta multiplica a matriz chave de codificação pela matriz decodificadora.

Gabarito

1 i. – A matriz decodificadora do primeiro batalhão é $C^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

1 ii – A palavra 51 81 9 14, é Vida

2 - A matriz decodificadora do segundo batalha será $C^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ e as palavras são Bobo, Bala e Zeca.