

Escalonamento de sistema 3x3

Professor Fiore

Um sistema está escalonado quando o número de coeficientes nulos, antes do coeficiente não nulo, aumenta a cada equação.

Quando o sistema escalonado apresenta número de equação igual ao número de incógnitas ele é possível e determinado. E quando o número de equação for menor que o número de incógnita ele é possível e indeterminado.

Exemplos de sistemas escalonados.

$$S_a = \begin{cases} x - y - z = 0 \\ y - z = 1 \\ -z = -2 \end{cases} \quad S_b = \begin{cases} x - y + 5z = 3 \\ 2y - 4z = 6 \end{cases}$$

É fácil encontrar a solução de um sistema escalonado, basta encontrar o valor de z, depois de y e por fim de x, usando cada uma das equações do sistema.

Para escalonar um sistema pode-se usar três “movimentos”, que permite a troca do sistema por outro equivalente, ou seja, com o mesmo conjunto solução.

- I. Trocar (permutar) duas equações de lugar.
- II. Multiplicar os dois membros de uma equação (a linha toda) por um número diferente de zero.
- III. Substituir uma equação pela soma (ou subtração) dela com outra equação do sistema.

Usando o item II e o III simultaneamente, pode-se dizer que uma equação pode ser substituída pela soma de um múltiplo dela com um múltiplo de outra equação.

É comum usar as equações de cima para escalonar as equações de baixo.

1. Usando escalonamento encontre a solução e classifique os sistemas abaixo. Confira o resultado.

$$S_1 = \begin{cases} x + 3y - z = 6 \\ -2x - 2y + z = -1 \\ 2x + 3y - z = 4 \end{cases}$$

$$S_5 = \begin{cases} 2x - y + 2z = 3 \\ -y + 2z = 1 \\ x + 3y + z = 5 \end{cases}$$

$$S_2 = \begin{cases} -2x - y + 2z = 3 \\ 2x + 3y + z = 6 \\ x + 2y - z = 3 \end{cases}$$

$$S_6 = \begin{cases} 2x + y + 3z = 6 \\ 2x + y + 2z = 5 \\ -2x - y = -3 \end{cases}$$

$$S_3 = \begin{cases} -2x - y + 2z = 3 \\ 2x + 3y + z = 8 \\ x + 2y - z = 0 \end{cases}$$

$$S_7 = \begin{cases} x + 2y + 2z = 4 \\ x + 3y + z = 5 \\ 2x + 5y + 3z = 9 \end{cases}$$

$$S_4 = \begin{cases} x - y + 3z = 5 \\ 2x + 4y + z = 0 \\ 3x - z = -5 \end{cases}$$

$$S_1 = \{-2, 3, 1\} \quad S_2 = \{-2, 3, 1\} \quad S_3 = \{1, 1, 3\}$$

$$S_4 = \{-1, 0, 2\} \quad S_5 = \{1, 1, 1\} \quad S_6 = \{\} \text{ SI}$$

$$S_7 = \{2-4z, 1+z, z\} \text{ SPD}$$