Problemas de vestibular – funções exponenciais e logaritmos

Professor Fiore

Segue lista com problemas envolvendo funções exponenciais retirados de vestibulares e concursos. Para resolvê-los pode ser necessário uso dos logaritmos, cabe ao educando avaliar um a um. Todos podem ser resolvidos sem calculadora, afinal são problemas de vestibular.

1) (IBMEC - Adaptada) Próxima da superfície terrestre, a pressão atmosférica (P), dada em atm, varia aproximadamente conforme o modelo matemático: $P = P_0(0{,}9)^h$, onde P_0 = 1 (atm) e h é altura dada em quilômetros. Então, a altura de uma montanha onde a pressão atmosférica no seu topo é de 0,2 (atm) tem valor igual a: Dado: $\log 3 = 0{,}48$ $\log 2 = 0{,}30$.

   a. 11,5 km
   b. 13,5 km
   c. 15,5 km
   d. 17,5 km (X)
   e. 19,5 km

2) (PUC - Adaptada) Um laboratório iniciou a produção de certo tipo de vacina com um lote de x doses. Se o planejado é que o número de doses produzidas dobre a cada ano, após quanto tempo esse número passará a ser igual a 128 vezes o inicial? (Use: $\log 2 = 0{,}30$)

   a. 1 ano
   b. 3 anos
   c. 5 anos
   d. 7 anos (X)
   e. 9 anos

3) (PUC - Adaptada) A energia nuclear, derivada de isótopos radiativos, pode ser usada em veículos espaciais para fornecer potência. Fontes de energia nuclear perdem potência gradualmente, no decorrer do tempo. Isso pode ser descrito pela função exponencial $P = P_0.e^{\frac{-t}{250}}$ na qual P é a potência instantânea, em watts, de radioisótopos de um veículo espacial; P_0 é a potência inicial do veículo; t é o intervalo de tempo, em dias, a partir de $t_0 = 0$ e e é a base do sistema de logaritmos neperianos. Nessas condições, quantos dias são necessários, aproximadamente, para que a potência de um veículo espacial se reduza à oitava parte da potência inicial? (Use: $\ln 2 = 0{,}7$)

   a. 500
   b. 525 (X)
   c. 550
   d. 575
   e. 600

4) (UFSCAR - Adaptada) A altura média do tronco de certa espécie de árvore, que se destina à produção de madeira, evolui, desde que é plantada, segundo o seguinte modelo matemático: $h(t) = 1 + \log_3(t+1)$ com h(t) em metros e t em anos. Se uma dessas árvores foi cortada quando seu tronco atingiu 2 m de altura, o tempo (em anos) transcorrido do momento da plantação até o do corte foi de:

a. 1
b. 2 (X)
c. 3
d. 4
e. 5

Considere o texto a seguir para os dois próximos exercícios:
(VUNESP - Adaptada) Numa experiência para se obter cloreto de sódio (sal de cozinha), colocou-se num recipiente uma certa quantidade de água do mar e expôs-se o recipiente a uma fonte de calor para que a água evapore lentamente. A experiência termina quando toda a água se evaporar. Em cada instante t, a quantidade de água existente no recipiente (em litros) é dada pela expressão: $Q(t) = \log_{10}\left(\frac{10^k}{t+1}\right)$ com k uma constante positiva e t em minutos.

5) Sabendo que havia inicialmente 2 litro de água no recipiente, determine a constante k.

a. k = 0
b. k = 1
c. k = 2 (X)
d. k = 3
e. k = 4

6) Ao fim de quanto tempo a experiência terminará?

a. 9 minutos
b. 10 minutos
c. 99 minutos (X)
d. 100 minutos
e. 101 minutos

Considere o texto a seguir para os dois próximos exercícios:
(VUNESP - Adaptada) Numa fábrica, o lucro originado pela produção de x peças é dado em milhares de reais pela função $L(X) = \log(1000 + x) + k$, com k constante real.

7) Sabendo que não havendo produção não há lucro, determine k.

a. k = -3 (X)
b. k = -1
c. k = 0
d. k = 1
e. k = 3

8) Determine o número de peças que é necessário produzir para que o lucro seja igual a mil reais.

a. 9000 (X)
b. 5000
c. 1000
d. 900
e. 500

9) (UNICAMP - Adaptada) As populações de duas cidades, A e B, são dadas em milhares de habitantes pelas funções $A(t)=\log_2(2+t)^2$ e $B(t)=\log_4(2t+4)$, onde a variável t representa o tempo em anos. As populações iniciais das cidades A e B são, respectivamente:

a. 1000 e 2000 habitantes
b. 2000 e 2000 habitantes
c. 2000 e 1000 habitantes (X)
d. 1000 e 1000 habitantes
e. 2000 e 4000 habitantes

Considere o texto a seguir para os dois próximos exercícios:
(VUNESP - Adaptada) Um determinado lago foi tomado por uma vegetação. Em 2010, a área coberta pela planta era de 200 m^2, e a partir de então o aumento anual da área coberta pela vegetação foi de 40%.

10) A equação nos dará a área, em m^2, coberta pela vegetação em função do tempo t, em anos será:

a. $A(t)=160.1{,}6^t$
b. $A(t)=200.0{,}4^t$
c. $A(t)=120.1{,}4^t$
d. $A(t)=200.0{,}4^t$
e. $A(t)=200.1{,}4^t$ (X)

11) Considerando que o lago tenha uma área de 2000 m^2 e nenhuma providência será tomada, em que ano a vegetação tomará o lago todo? (Use: $\log 1{,}4=0{,}15$)

a. 2010
b. 2012
c. 2013
d. 2015
e. 2016 (X)

12) (CESGRANRIO) Se $\log_{10}123=2{,}09$, o valor de $\log_{10}1{,}23$ é:

a. 0,09 (X)
b. 0,209
c. 1,209
d. 1,09
e. 0,0209

13) (UERJ) Em uma calculadora científica de 12 dígitos quando se aperta a tecla log, aparece no visor o logaritmo decimal do número que estava no visor. Se a operação não for possível, aparece no visor a palavra ERRO. Depois de digitar 42 bilhões, o número de vezes que se deve apertar a tecla log para que, no visor, apareça ERRO pela primeira vez é:

a. 2
b. 3
c. 4
d. 5 (X)
e. 6

14) (ENEM - 2000) – João deseja comprar um carro cujo preço à vista, com todos os descontos possíveis, é de R$ 21 000,00, e esse valor não será reajustado nos próximos meses. Ele tem R$ 20 000,00, que podem ser aplicados a uma taxa de juros compostos de 2% ao mês, e escolhe deixar todo o seu dinheiro aplicado até que o montante atinja o valor do carro. Para ter o carro, João deverá esperar:

a. dois meses, e terá a quantia exata.
b. três meses, e terá a quantia exata.
c. três meses, e ainda sobrarão, aproximadamente, R$ 225,00. (X)
d. quatro meses, e terá a quantia exata.
e. quatro meses, e ainda sobrarão, aproximadamente, R$ 430,00.

15) (PUC) Assinale a propriedade válida sempre:

a. $\log a^m = \log m.a$
b. $\log a^m = m.\log a$ (X)
c. $\log(a.b) = \log a.\log b$
d. $\log m.a = \log m.\log a$
e. $\log(a+b) = \log a + \log b$

16) (CESPE - Adaptada) O número de animais infectados em uma criação de 1000 animais obedece a relação $P(t) = \dfrac{1000}{2+3^{-t+1}}$, em que t é o tempo, expresso em horas, e $t \geq 0$. Com base nessas informações analise as afirmações abaixo:

I. Inicialmente o número de animais infectados representa 20% do total de animais da criação.
II. Se a doença não for controlada, depois e um longo tempo ($t \to \infty$) todos os animais serão infectados.
III. O número de animais infectados após 2 horas será aproximadamente 430 animais.

a. Todas as afirmações são verdadeiras.
b. Apenas as afirmações I e II são verdadeiras.
c. Apenas as afirmações I e III são verdadeiras. (X)
d. Apenas as afirmações II e III são verdadeiras.
e. Apenas a afirmação I é verdadeiras.

17) (UFSM-RS) Qual a raiz da equação $\log(x+1)+1=\log(x^2+35)$?

a. 3
b. 5 (X)
c. 7
d. 9
e. 10

18) (Unisinos-RS) O valor de x que torna verdadeira a equação $\log_3(4x-1)-\log_3(x)=1$ é:

a. 1/3
b. 1 (X)
c. -3
d. 3
e. 4

19) (UFAL) Devido ao decaimento radioativo, uma massa m_0 de carbono 14 é reduzida a massa m em t anos. As duas massas estão relacionadas pela fórmula $m=m_0.2^{\left(\frac{-t}{5400}\right)}$. Nestas condições, em quantos anos 5g da substância serão reduzidos a 1,25g?

a. 10 000 anos
b. 12 400 anos
c. 10 400 anos
d. 12 000 anos
e. 10 800 anos (X)

20) (FMTM-MG) Uma cultura bacteriana apresenta inicialmente uma população de 10 000 bactérias. Após t horas, sua população será de $10.000(1,2)^t$ bactérias. A população da cultura será de 30 000 bactérias após um número de horas igual a: (adote: log 2 = 0,3 e log 3 = 0,48)

a. 6 (X)
b. 5
c. 4
d. 3
e. 2

21) (Fafi-BH) O valor de $\log_3(\log_5(\log_2 2^{125}))$ é:

a. 1 (X)
b. 2
c. 3
d. 4
e. 0

22) (UEL-PR) Seja m um número real que satisfaz a equação $\log_2(x^2 - 1) = 3$. Nessas condições, o valor de m + 1 é:

a. 10 ou -8
b. 9
c. 5
d. 3
e. 4 ou -2 (X)

23) (UFPR) Em estudos realizados numa área de proteção ambiental, biólogos constataram que o número N de indivíduos de certa espécie primata está crescendo em função do tempo t (dado em anos), segundo a expressão

$$N(t) = \frac{600}{5 + 3 \times 2^{-0,1t}}$$

Supondo que o instante t = 0 corresponda ao início desse estudo e que essa expressão continue sendo válida com o passar dos anos, considere as seguintes afirmativas:

1. O número de primatas dessa espécie presentes na reserva no início do estudo era de 75 indivíduos.
2. Vinte anos após o início desse estudo, o número de primatas dessa espécie será superior a 110 indivíduos.
3. A população dessa espécie nunca ultrapassará 120 indivíduos.

Assinale a alternativa correta.

a. Somente a afirmativa 1 é verdadeira.
b. Somente as afirmativas 1 e 2 são verdadeiras.
c. Somente as afirmativas 1 e 3 são verdadeiras. (X)
d. Somente as afirmativas 2 e 3 são verdadeiras.
e. As afirmativas 1, 2 e 3 são verdadeiras.

24) (UNESP-03) Num período prolongado de seca, a variação da quantidade de água de certo reservatório é dada pela função $q(t) = q_0 . 2^{(-0,1)t}$ sendo q_0 a quantidade inicial de água no reservatório e q(t) a quantidade de água no reservatório após t meses. Em quantos meses a quantidade de água do reservatório se reduzirá à metade do que era no início?

a. 5
b. 7
c. 8
d. 9
e. 10 (X)

25) (URRN - Adaptada) Se $2^{-2x} = \frac{1}{256}$, então o valor de x é:

a. 8
b. 3
c. – 2
d. 4 (X)
e. – 8

26) (Uniube-MG) A expectativa de lucro de uma pequena empresa é expressa pela lei $L(t) = 2000.(1{,}25)^t$, sendo L(t) o lucro após t meses. Considere log 4 = 0,602 e log 1,25 = 0,097. Pode-se afirmar, assim, que o lucro atingirá R$ 8.000,00, no decorrer do

a. 10º mês
b. 9° mês
c. 7º mês (X)
d. 5º mês
e. 3º mês

27) (PUC-SP) Um capital C, aplicado a juros compostos a uma taxa unitária i por período, produz, ao final de n períodos, o montante M, dado por $M = C.(1+i)^n$. Nessas condições, utilizando-se log 2 = 0,30 e log 3 = 0,48, o capital de R$2000,00, aplicado a juro composto à taxa de 20% ao ano, produzirá o montante de R$ 5 000,00, ao final de um período de:

a. 4 anos
b. 4 anos e 2 meses
c. 4 anos e 8 meses
d. 5 anos (X)
e. 5 anos e 6 meses