

Introdução a funções

Professor Fiore

Muitas grandezas podem ser relacionadas. Por exemplo, o consumo de combustível de um automóvel (em L), tem relação com a distância percorrida (em km). Se o automóvel fizer 8,5km/L a **relação** pode ser descrita por meio da fórmula $f(x) = 8,5x$ ou $y = 8,5x$. Onde a variável x representa quantos Litros é usado para percorrer uma determinada distância, representada pelo valor da variável $f(x) = y$.

Os valores possíveis para a variável independente x formam um conjunto chamado domínio. Quando todos os valores x do domínio tem um correspondente y , um único correspondente, a relação pode ser chamada de **função** e no geral elas seguem são definidas: $IR \rightarrow IR$.

As funções podem ser representadas por meio de um texto, de um diagrama, por pares de valores, através de uma tabela, um gráfico ou ainda pela fórmula algébrica que a descreve. O mais comum é usar a forma algébrica e quando necessário, montar uma tabela com valores que permite esboçar um gráfico. Para esboçar o gráfico é interessante conhecer o tipo de função e seguir estratégias que facilitam a construção.

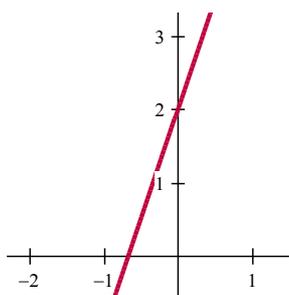
No ensino médio você estuda função polinomial de primeiro grau (função afim), função polinomial de segundo grau (função quadrática), funções exponenciais e funções trigonométricas. Eventualmente também estuda outras funções polinomiais, funções modulares, funções logarítmicas, etc... Essas funções seguem padrões claros e modelam as situações mais simples envolvendo funções.

Abaixo temos alguns exemplos para recordar

Função afim

$$y = ax + b$$

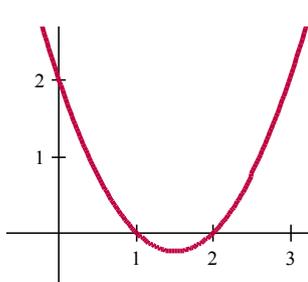
$$y = 3x + 2$$



Função quadrática

$$y = ax^2 + bx + c$$

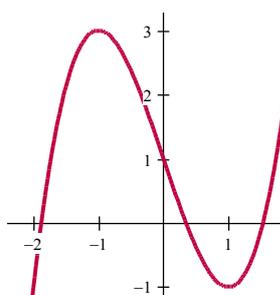
$$y = x^2 - 3x + 2$$



Função polinomial de
outros graus

$$y = a_1x^n + a_2x^{n-1} \dots$$

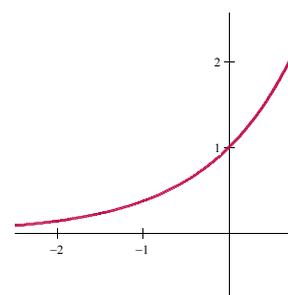
$$y = x^3 - 3x + 1$$



Função exponencial

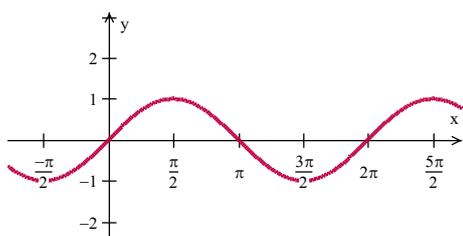
$$y = a^x$$

$$y = e^x$$

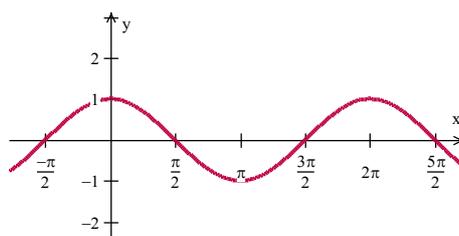


Funções trigonométricas

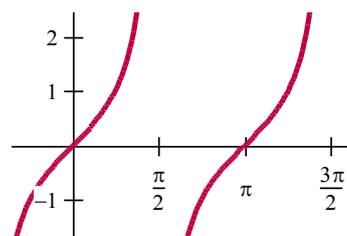
$y = \sin x$



$y = \cos x$

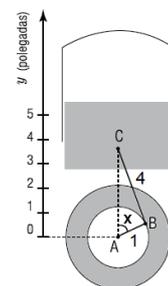


$y = \tan x$



Quando você encontra uma função que **representa** algum evento da realidade, é possível um estudo mais detalhado da relação existente entre as grandezas. Veja alguns exemplos:

1. Em uma indústria de mouse para computador, o custo mensal para fabricar o principal modelo, é descrito pela função $C(x) = 32x + 4200$, onde x representa a quantidade fabricada no mês e $C(x)$ o custo mensal.
2. Um pistão pode ter seu movimento descrito pela função $y = \cos x + \sqrt{16 - \sin^2 x}$, onde x é o ângulo $B\hat{A}C$ e y é a distância AC .
3. A população de uma cidade pode ser descrita pela função $P(t) = 3200 \cdot e^{0,02t}$, onde t representa o número de anos contados a partir de 2000 e $P(t)$ é a população estimada da cidade. ($e = 2,71828 \dots$)
4. Muitos rendimentos financeiros seguem a fórmula $M = C \cdot (1 + i)^n$.
5. A escala de magnitude de movimento, $M_w = -10,7 + \frac{2}{3} \log M_0$, substituiu a escala Richter, para medir a magnitude de terremotos em termo de energia liberada, onde M_0 é o momento sísmico medido em dina.cm.
6. A equação de Clapeyron, $PV = nRT$ relaciona a pressão (P) o volume (V) e a temperatura (T) de um gás ideal, com n sendo o número de mols do gás ($n \approx 6,022 \cdot 10^{23}$ moléculas da substância) e R uma constante para gases ideais ($R \approx 0,082 \text{ L} \cdot \text{atm} / \text{K} \cdot \text{mol}$).



Os casos relacionam grandezas, quantidade fabrica, dinheiro (custo), ângulo, distância, tempo, quantidade de pessoas, etc... E fazendo bom uso das 'fórmulas' é possível encontrar rapidamente respostas a questões interessantes, por exemplo:

1. Qual o custo para fabricação de 300 mouses mensais? Qual o custo fixo mensal da linha de produção? Quantos mouses podem ser fabricados com um investimento de 10 mil?
2. Qual a distância entre os pontos A e C quando o ângulo for de 0° , ou seja, os pontos ABC estão alinhados, nesta ordem? Em quais ângulos a distância AC é menor?
3. Qual a população inicial da cidade, no ano 2000? Qual a população estimada para o ano 2020?
4. Quanto tempo leva para um valor presente (ou capital) de R\$ 5.000,00 a uma taxa $i = 5\% \text{am}$ chegar a um valor futuro (montante) de R\$ 10.000,00?
5. Se $M_0 = 10^{11}$, qual será o valor na escala de magnitude de movimento?
6. Qual a variação da temperatura em função do tempo, quando a pressão vale 5 atm e diminui a uma taxa de 0,5 atm/s enquanto a temperatura vale 600K e aumenta a taxa de 10K/s, sendo os valores de $nR = 10$?

Para aprender mais:

- Pesquise em livros de ensino médio ou no início de livros de cálculo mais detalhes sobre cada tipo básico de função. Quais propriedades elas seguem, como esboçar gráficos inteligentemente, qual o conjunto domínio e qual o conjunto imagem para cada tipo de função.
- Pesquise mais exemplos de usos de funções e note que praticamente todas as 'fórmulas' que você encontra pode ser estudada como uma função. Avalie quais valores são constantes e quais são variáveis, quais são independentes e qual é dependente.