Aplicação da derivação – máximo e mínimo em problemas de otimização

Professor Fiore

A resolução de alguns problemas, envolve encontrar valores que 'otimizem a situação', maximizando ou minimizando algum valor. Para resolver problemas do tipo, podemos usar a derivada das funções que modelam o problema.

Em geral, para resolver problemas de otimização você deve:
I – Entender plenamente o problema e se necessário fazer um desenho.
II – Equacionar a situação. Para isso usar letras para as variáveis.
III – Encontrar a derivada da função que modela a situação.
IV – Igualar a derivada a zero para encontrar os pontos críticos, em seguida verificar qual corresponde ao desejado.
V – Encontrar os valores desejados e escrever a resposta de acordo com as unidades de medidas para o caso.

1. Um fazendeiro tem 800 metros de cerca e quer cercar uma área retangular às margens de um rio. Ele não necessita colocar cerca no lado do rio, apenas nos outros três lados do retângulo. Usando a ideia de derivada, determine as dimensões do cercado para que a área cercada seja a maior possível.

2. Em uma empresa, pedaços quadrados, com 20 cm de lado, sobram de uma chapa de metal usada na construção de uma máquina. Como essa sobra de material não tem outra utilização, você decide fazer pequenas caixinhas sem tampas para oferecer como brindes. As caixas são montadas cortando quadrados de tamanho x das quatro pontas e dobrando as abas para cima. Quais as dimensões da caixinha que maximiza o volume dela?

3. O milho em conserva é um dos produtos de uma empresa alimentícia. Ela deseja fabricar latas cilíndricas que comporte 300 cm^3 de milho.
    a. Quais as dimensões (raio e altura) que a lata deve ter para minimizar a quantidade de material usada?
    b. (Desafio) Como o material da lateral da lata de milho precisa receber pintura, o custo dele é uma pouco maior que o material usado na tampa e no fundo. Assim refaça o os cálculos considerando que a chapa pintada custa R$ 0,03 por cm^2 e sem pintura R$ 0,02 por cm^2.

4. Você precisa fazer caixinhas com base quadrada para armazenar 1 litro de um produto (1L = 1000 cm^3).
    a. Quais as dimensões da caixa para que a quantidade de material usada seja minimizada?
    b. (Desafio) Como para fazer a base e a tampa são necessários 30% a mais de material, devido às dobras, refaça os cálculos considerando essa nova informação.

5. (Desafio) Uma plataforma de petróleo fica a uma distância de 10 km da margem da praia e a refinaria fica 20 km a esquerda deste ponto. A tubulação que passa pela água custa R$ 20.000 por km e por terra custa R$ 12.000 por km. Determine quanto de cada tipo de tubulação é necessário, para levar o petróleo à refinaria, minimizando os custos com tubulação.

Para mais informações, pesquise em livros de cálculo problemas semelhantes, na seção aplicação da derivação - problemas de otimização ou em problemas de modelagem matemática.

Gabarito – em construção

1. $A(x) = (800 - 2x)x$

   Para otimizar a área do terreno retângulas, os lados perpendiculares ao rio, precisam medir 200 metros e o lado paralelo ao rio tem de medir 400 metros.

2. $V(x) = (20 - 2x)(20 - 2x)x$

   As dimensões que maximizam o volume da caixinha é 13,4 cm x 13,4cm x 3,3cm de altura. O valor de x para isso é de 3,3 cm.

3. Funções e respostas

   a. $A(r) = \frac{600}{r} + 2\pi r^2$

      Para construir uma lata com a menor área superficial e com o volume dado, temos de usar r=3,6cm e h=7,4cm.

   b. $C(r) = \frac{18}{r} + 0{,}04\pi r^2$

      Neste caso para minimizar os custos temos de usar r=4,15cm e h=5,5cm