

Regra da cadeia – Atividades

Professor Fiore

Para derivar funções compostas usamos a regra da cadeia, normalmente descrita como 'a derivada da função de dentro vezes a derivada da função de fora'. Abaixo há formas úteis para a escrita da regra da cadeia.

$$\frac{d}{dx}[f(g(x))] = g'(x) \cdot f'(g(x))$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}[f(u)] = u' \cdot f'(u)$$

Ao combinar as regras básicas de derivação com a regra da cadeia, encontramos os casos abaixo, onde $u = g(x)$.

Não é necessário memorizar essas regras se você souber usar a regra da cadeia, mas elas ajudam no início.

$$\frac{d}{dx}[u^n] = n \cdot u' \cdot u^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx}[e^u] = u' \cdot e^u$$

$$\frac{d}{dx}[\ln u] = \frac{u'}{u}$$

$$\frac{d}{dx}[\sqrt{u}] = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$$

$$\frac{d}{dx}[\sin(u)] = u' \cdot \cos(u)$$

$$\frac{d}{dx}[\cos(u)] = -u' \cdot \sin(u)$$

1. Para treinar a regra da cadeia encontre a derivada das funções abaixo.

a. $y = e^{3x}$

f. $y = \sin 3x$

l. $y = \cos(e^x)$

r. $y = \sqrt{x^2}$

b. $y = e^{x^2}$

g. $y = \sin(-x^3)$

m. $y = (2x + e^x)^3$

s. $y = \sqrt{x^2 - 1}$

c. $y = e^{-2x+x^2}$

h. $y = \sin(2x - 1)$

n. $y = (\sin x + \cos x)^{10}$

t. $y = \ln(x^2)$

d. $y = e^{\sin x}$

i. $y = \cos(-5x)$

o. $y = (-x + 1)^7$

u. $y = \ln(-4x + x^2)$

e. $y = e^{\sqrt{x}}$

j. $y = \cos(x^{13} + 1)$

p. $y = \sqrt{3x + 1}$

v. $y = \ln(e^x)$

k. $y = \cos(2x - x^3)$

q. $y = \sqrt{\cos x}$

w. $y = \ln(\ln x)$

2. Derive as funções abaixo tomando cuidado redobrado na escola de u.

a. $y = (\ln x)^{10}$

c. $y = \cos^4 x$

e. $y = \sqrt[3]{3x - 4}$

b. $y = \sin^5 x$

d. $y = \frac{1}{(3x+1)^8}$

3. Derive as funções abaixo considerando a , b e n como constates.

a. $y = e^{ax}$

c. $y = e^{x^n}$

e. $y = \cos ax$

b. $y = e^{ax+b}$

d. $y = \sin ax$

f. $y = \ln(ax)$

4. Encontre a derivada usando as regras estudadas.

a. $y = e^{5x} \cdot \sin x$

c. $y = (x + 1)^7 \cdot \sin 2x$

e. $y = \frac{\sin(3x)}{\cos(5x)}$

b. $y = \frac{(x^2+4)^{10}}{3x^2}$

d. $y = e^{3x} \cdot \ln x$

Problemas

- O raio de uma esfera varia em função do tempo a taxa constante de 3cm/s. com que taxa está variando o volume da esfera no instante em que o raio vale 10 cm?
- Um vazamento de óleo está causando uma mancha circular, onde o raio desta mancha aumenta a taxa de 0,2m/s. Qual a taxa de variação da área contaminada em função do tempo quando o raio for de 100metros?
- Considere que a posição de uma partícula seja dada pela função $S(t) = \cos(2\pi \cdot t - 3\pi)$, determine a função que da a velocidade da partícula em função do tempo.
- Considere que em uma cidade a duração da luz do sol, seja dada pela função $L(t) = 11 + 2 \sin \left[\frac{2\pi}{365} (t - 60) \right]$. Qual a taxa de variação da incidência de luz solar por dia na cidade?