

Problemas envolvendo integral

- Suponha que a equação da velocidade (m/s) de uma partícula seja dada pela função $v(t) = 3t^2 - t + 2$. Considerando que a posição desta partícula no instante 2 segundos seja 20 metros. Determine:
 - A velocidade inicial.
 - A equação da posição em função do tempo.
 - A posição inicial.
- Sabemos que a velocidade média de um objeto pode ser calculada como $v = \frac{\Delta S}{\Delta t}$ e se isolarmos a variação do tempo, temos $\Delta S = v \times \Delta t$. Dado o gráfico da função $v(t)$, quando calculamos a integral definida $\int_a^b v(t) dt$ estamos calculando ΔS no intervalo dado.
Considerando que a velocidade (m/s) de um objeto seja dada pela função $v(t) = -t^2 + 2t + 8$, determine:
 - O diagrama da velocidade em função do tempo.
 - A variação da posição no intervalo de 0 a 3
 - A distância percorrida no intervalo de 0 a 3
 - A variação da posição no intervalo de 0 a 6
 - A distância percorrida no intervalo de 0 a 6.
- Usando os conceitos de integral, determine a equação da velocidade $v(t)$ e a equação da posição $s(t)$ para movimentos uniformes.
- Usando os conceitos de integral, determine a equação da aceleração $a(t)$, a equação da velocidade $v(t)$ e a equação da posição $s(t)$ para movimentos uniformemente variados.
- Uma pedra é solta do alto de um penhasco e atinge o solo a velocidade 50 m/s. Qual a altura do penhasco? (Considere a aceleração da gravidade como 10 m/s²)
- Qual a aceleração constante necessária para acelerar um automóvel de 0 a 100 em 5 segundos? (Cuidado com as unidades, sugiro converter 100 km/h em 27,78 m/s)
- Um carro está viajando a 100 km/h quando o motorista avista um acidente a 100 metros de distância. Qual deve ser o módulo da aceleração para que ele para antes do acidente? (Lembre-se que 100 metros equivalem a 0,1 km e parar significa velocidade zero, assim $t = 100/a$)
- Em um processo industrial um esguicho de água vertical é disparado para efetuar a limpeza em uma peça, a fim da retirada de alguns resíduos do processo. Supondo que a velocidade da água esguichada seja dada pela função o esguicho $v(t) = -8t + 32$ m/s e que, sem anteparo a posição do esguicho após 4 segundos é de 62 metros. Determine:
 - A velocidade inicial do esguicho.
 - A posição inicial do esguicho.
 - O percurso do esguicho no intervalo de 0 segundos a 2 segundos
 - Qual a aceleração do esguicho.

Possíveis resultados – em caso de divergência nos resultados procurar o professor em sala de aula.

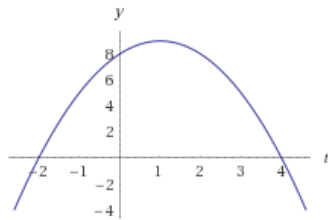
1. Respostas

a. $v(0) = 2 \text{ m/s}$

b. $S(t) = t^3 - \frac{t^2}{2} + 2t + 10$

c. $S(0) = 10 \text{ m}$

2. Respostas



a.

b. $\int_0^3 (-t^2 + 2t + 8) dt = 24$

c. 24 metros

d. $\int_0^6 (-t^2 + 2t + 8) dt = 12$

e. 124/3 metro

3. $v(t) = v$ e $s(t) = v \cdot t + s_0$

4. $a(t) = a$, $v(t) = a \cdot t + v_0$ e $s(t) = a \cdot \frac{t^2}{2} + v_0 \cdot t + s_0$

5. 125 metros

6. $a = 5,56 \text{ m/s}^2 = 72.000 \text{ km/h}^2$

7. $|a| > 50.000 \frac{\text{km}}{\text{h}^2} \approx 3,86 \text{ m/s}^2$

8. Respostas

a. 32 m/s

b. -2 m

c. $\int_0^2 (-8t + 32) dt = 48$

d. -8 m/s²