Integral por partes

Professor Fiore

Algumas funções são integradas por partes de acordo com a fórmula $\int u.dv = u.v - \int v.du$.

$$\int u \;\; . \, dv \qquad = \quad u.v \quad - \quad \int \; v \;\; . \, du$$
$$\int x\cos(x)\,dx \quad = x\sin(x) - \int \sin(x)\,dx$$
$$= x\sin(x) + \cos(x) + c$$

Parte da função a ser integrada é camada de u e derivando ela encontra-se du. O restante da função, inclusive o diferencial original, é chamado de dv e integrando-o encontra-se o v.

A estratégia de integral por partes funciona bem, quando a integral montada $\int v.du$ for mais simples, ou pelo menos, menos complexa, que a integral original $\int u.dv$. Caso

1. Encontre as integrais abaixo. Em seguida confira os resultados derivando-os.

a. $\int x.sen(x)dx$ b. $\int x.e^x dx$ c. $\int x.cos(x)dx$

2. Encontre a integral $\int \ln x\,dx$. Verifique se o resultado está correto derivando-o.

3. Encontre as integrais abaixo, lembrando que $\int a.f(x)dx = a.\int f(x)dx$.

a. $\int 3x.sen(x)dx$
b. $\int 5x.cos(x)dx$
c. $\int 2x.e^x dx$
d. $\int 4\ln x\,dx$
e. $\int x^2 \ln x\,dx$
f. $\int 7x.sen(x)dx$
g. $\int -x.cos(x)dx$
h. $\int x\ln x\,dx$
i. $\int 5x.e^x dx$
j. $\int -x.e^x dx$
k. $\int -3x.sen(x)dx$
l. $\int \ln(5x)\,dx$

4. Encontre as integrais abaixo, usando integral por partes e por substituição.

a. $\int x.e^{3x}dx$
b. $\int -x.sen(2x)dx$
c. $\int x.\cos(5x)\,dx$
e. $\int x.cos(-2x)dx$
d. $\int x.e^{-x}dx$
f. $\int x.sen(4x)dx$

5. Confira os resultados usando um aplicativo ou o site wolframalpha.com.

6. Construa a fórmula da integral por partes partindo da regra do produto para derivadas.

7. Usando integral por partes duas vezes determine a integral $\int x^2.e^x dx$.

8. (Desafio) Resolva a integral $\int \sin x\, e^x dx$, para isso use integral por partes duas vezes e organize o resultado.

9. (Desafio) Podemos integrar várias funções usando os métodos estudados, mas nem todas funções aparentemente simples, podem ser integradas facilmente. Abaixo há três casos de funções que não possuem antiderivadas elementares.

$$\int e^{x^2}dx \qquad \int sen(x^2)dx \qquad \int \cos(e^x)dx$$

Caso queira entender mais sobre o assunto, pesquise esses casos em livros de cálculo I