

Antiderivada, primitiva e Integral indefinida

Professor Fiore

Para encontrar a **antiderivada** de uma função, são usadas as 'regras' deduzidas a partir das regras de derivação. Lembrando que as derivadas têm uma definição associada a inclinação da reta tangente enquanto a integral, origina-se da ideia de 'inversa' da derivação. Dependendo do contexto os nomes **primitiva** e **integral indefinida** serão utilizados.

1. Considerando as regras a seguir encontre as integrais indefinidas. Se necessário reescreva a função de forma favorável antes de integrar.

$$\int adx = ax + c$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, \text{ para } n \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$$

$$\int dx = x + c$$

$$\int a \cdot f(x) dx = a \int f(x) dx$$

$$\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

a. $\int 2dx$

f. $\int (6u^{11} + 2u^3) du$

j. $\int \frac{x^3}{6} dx$

n. $\int \frac{u^5 - 3u^3 + 7}{u^2} du$

b. $\int -3du$

g. $\int \frac{1}{t^3} dt$

k. $\int \sqrt{u^3} du$

o. $\int \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$

c. $\int dz$

h. $\int -\frac{3}{u^2} du$

l. $\int \sqrt[3]{t} dt$

p. $\int (v+1)(v-3) dv$

d. $\int (2v+3) dv$

i. $\int \frac{7}{z} dz$

m. $\int \frac{x^3 + x^2}{x} dx$

q. $\int x(x^2 - 1) dx$

e. $\int 3x^3 dx$

2. Resolva e analise a diferença entre as integrais indefinidas abaixo. Se necessário considere:

$$\int a \cdot f(x) dx = a \int f(x) dx$$

a. $\int 2dx$

d. $\int (5 + 7x) dx$

g. $\int \frac{7}{x} dx$

b. $\int 3x dx$

e. $\int (3 + 4x^3) dx$

h. $\int \frac{5}{x^3} dx$

c. $\int (4 + x) dx$

f. $\int \frac{x}{3} dx$

3. Agora treine essas novas regras, encontrando as integrais indefinidas abaixo.

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

a. $\int 2^x dx$

c. $\int 3^t dt$

e. $\int -e^u du$

g. $\int 3e^z - z^2 dz$

b. $\int -2^v dv$

d. $\int e^x dx$

f. $\int t^2 dt$

h. $\int 3^x + x^3 dx$

4. Analise os resultados abaixo e explique o que diferencia cada situação.

$$\int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + c$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + c$$

5. Por fim considere as integrais trigonométricas abaixo e encontre as integrais indefinidas a seguir.

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \tan x dx = \ln|\sec x| + c$$

$$\int \sec^2 x dx = \tan x + c$$

a. $\int 3 \sin u du$

d. $\int \frac{\cos t}{3} dt$

g. $\int \frac{\sin z}{\cos z} dz$

b. $\int -3 \cos x dx$

e. $\int -2 \tan u du$

h. $\int \frac{\sec^3 x}{\sec x} dx$

c. $\int (\sin x + \cos x) dx$

f. $\int 7 \sec^2 t dt$

6. Resolva e analise a diferença entre integrar um número e integrar o produto de um número por uma função.

a. $\int 2dx$

b. $\int 3 \cos x dx$

c. $\int (5 + \sin x) dx$

d. $\int (7 + 4e^x) dx$

7. Confira os resultados anteriores usando algum aplicativo ou o site <http://www.wolframalpha.com/>. Veja modelo de como digitar a integral no site:

Para calcular $\int \frac{u^5 - 3u^3 + 7}{u^2} du$ digite: `int (u^5-3u^3+7)/(u^2) du`

Caso o resultado seja diferente, confira o digitado e verifique se a diferença não é apenas um caso de formatação. Por fim, fique atento que no site $\ln x$ é indicado como $\log x$.

8. Encontre a derivada e **uma** primitiva para cada função abaixo. Coloque o resultado 'na escada', a deriva no degrau de baixo e a primitiva no degrau de cima. (Para esta atividade considere $c = 0$)



9. Considerando os resultados da atividade anterior determine as integrais indefinidas abaixo, sem efetuar cálculos.

a. $\int 6x dx$ b. $\int 5x^4 dx$ c. $\int -\frac{1}{x^2} dx$ d. $\int \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$

10. A regra para polinômio $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$ vale para $n \neq -1$, explique.

11. A regra $\int e^x dx = e^x + c$ é um caso particular da regra $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$. Explique isto integrando $\int a^x dx$, com $a = e$. (Lembre-se que $\ln e = 1$)

12. Em livros encontrei que $\int \tan x dx = \ln|\sec x| + c$, enquanto no <http://www.wolframalpha.com/>, o resultado dado é $\int \tan x dx = -\ln|\cos x| + c$. Usando a relação entre integral e deriva, mostre que os dois resultados estão corretos. (Considere $\frac{d}{dx} \sec x = \sec x \cdot \tan x$).

13. Para as situações abaixo considere a , b e n constantes e monte uma regra para cada caso.

a. $\int ax dx$ c. $\int ax^n dx$ e. $\int x^{-a} dx$ g. $\int \sqrt[a]{x} dx$
b. $\int \frac{x}{a} dx$ d. $\int \frac{x^n}{a} dx$ f. $\int x^{\frac{b}{a}} dx$ h. $\int \sqrt[a]{x^b} dx$