Equações diferenciais lineares de primeira ordem

Professor Fiore

Uma equação diferencial é linear se puder ser escrita no formato a seguir.

$$a_n(x)\frac{d^n y}{dx^n}+a_{n-1}(x)\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}+\cdots+a_1(x)\frac{dy}{dx}+a_0(x)y=g(x)$$

As equações diferenciais lineares de primeira ordem são as equações que podem ser escritas da seguinte maneira

$a_1(x)\frac{dy}{dx}+a_0(x)y=g(x)$ ou $a_1(x)y'+a_0(x)y=g(x)$.

Roteiro simplificado para solução de equação diferencial linear de primeira ordem pelo fator integrante.

1. Verifique se a equação é linear de 1ª ordem e escreva a equação no formato $y'+P(x)y=Q(x)$.
2. Encontre o fator integrante $I(x)=e^{\int P(x)dx}$ e multiplique a equação pelo fator integrante.
3. Escreva a equação do lado esquerdo como a derivada pela regra do produto de $[y.I(x)]'$ e simplifique o que for possível no lado direito da igualdade.
4. Integre os dois lados, considerando que $\int[y.I(x)]'\,dx=y.I(x)$ e isole o y, se for possível.

Atividades

1. Verifique se as equações a seguir são lineares de primeira ordem e resolva-as
   a. $y'-5y=0$
   b. $xy'+3y=0$
   c. $\frac{dy}{dx}+y=e^x$
   d. $xy'+3y=3x^2$
   e. $\frac{dy}{dx}-2y=e^{2x}$
   f. $\frac{dy}{dx}+y=e^{3x}$
   g. $y'+3xy=x$
   h. $xy'+y=2xe^x$
   i. $y'+\frac{1}{x}y=\sin x$
   j. $y'+y\cos x=\frac{2}{e^{\sin x}}$
2. Resolva as equações diferenciais a seguir, considerando os valores iniciais dados.
   a. $xy'+2y=0$, para $y(2)=3$
   b. $\frac{dy}{dx}+3y=4e^x$, para $y(0)=4$
   c. $y'+3x^2y=x^2$, para $y(0)=2$
   d. $y'+\frac{1}{x}y=\cos x$, para $y(\pi)=1$

3. Use a equação diferencial a seguir $y'+2y=3$, para mostrar a eficácia do fator integrante.